

Physikalisches Fortgeschrittenenpraktikum
TU Dortmund / Fachbereich Physik

Versuch 46

Faraday-Effekt an Halbleitern

Ernesto Ruge & Dominik Duda *

12. Januar 2009

*mail@ernestoruge.de, domi.duda@web.de,

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Effektive Masse	3
2.2	Zirkulare Doppellbrechung	4
2.3	Faraday-Effekt: Rotationswinkel θ	6
3	Versuchsaufbau und -durchführung	7
3.1	Aufbau	7
3.2	Messung	8
4	Auswertung	8
4.1	Bestimmung der maximalen Kraftflussdichte	8
4.2	Faraday-Rotation an einer dotierten und einer reinen GaAs-Probe	10
4.3	Bestimmung der effektiven Masse	12
4.3.1	Erste Probe	13
4.3.2	Zweite Probe	15
5	Diskussion	16
6	Literatur	17
7	Anhang	17
7.1	Einige Naturkonstanten	17

1 Einleitung

In dem nachfolgenden Experiment soll mithilfe der Faraday-Rotation die effektive Masse von Elektronen in Halbleitern bestimmt werden. Magneto-optische Untersuchungen dienen heute der Untersuchung von Bandenstrukturdaten, und so wird in diesem Experiment eine der wichtigsten und gleichzeitig ältesten Messmethoden untersucht. Prinzipiell wird hierbei der Einfluss eines longitudinalen Magnetfeldes auf die Polarisationssebene des Lichtes betrachtet.

2 Theorie

2.1 Effektive Masse

Die zum Teil komplexe Bandenstruktur vieler Kristalle lässt für viele physikalische Effekte durch die Kenntnis der Form des Leiterbandes in der Nähe der unteren Bandkante approximieren, was in Abb. 2.1 dargestellt wird.

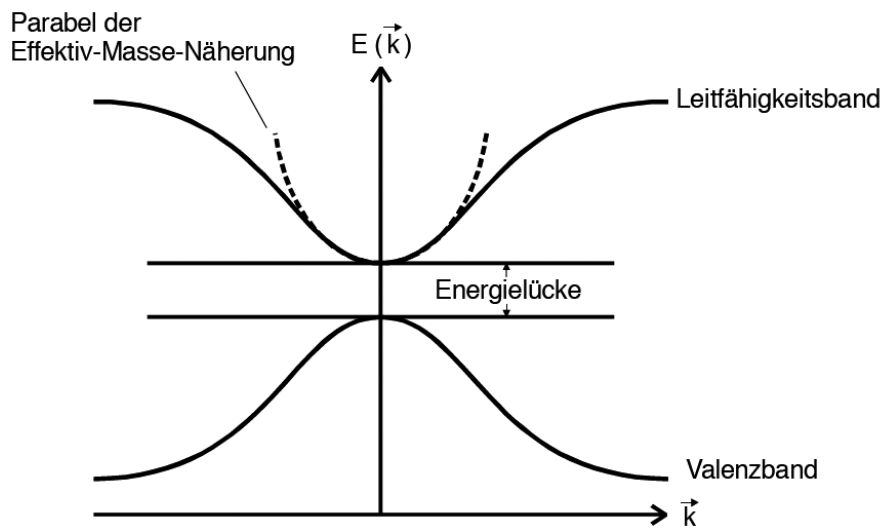


Abbildung 1: Vereinfachte Darstellung der Bandstruktur eines Festkörpers

Die Funktion $\epsilon(\vec{k})$ lässt sich bei Wahl eines geeigneten Koordinatensystems in folgender Weise schreiben:

$$\epsilon(\vec{k}) = \epsilon(0) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_i^2} \right)_{k=0} k_i^2 \quad (2.1)$$

Mit der Beziehung

$$\epsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.2)$$

kann man sich mit

$$\frac{1}{m_i^*} := \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_i^2} \right)_{k=0} \quad (2.3)$$

die effektive Masse m_i^* definieren. Flächen konstanter Energie sind hierbei nun Ellipsoide, wobei die Symmetrie vieler Kristalle so hoch ist, dass man Gleichung (2.1) schreiben kann als:

$$\epsilon(\vec{k}) = \epsilon(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (2.4)$$

Die Energieeigenwerte dieser Gleichung stellen die Lösungen der Schrödingergleichung dar, zudem kann man die Elektronen in einem Band mit kugelflächigen Energieflächen genauso wie freie Elektronen behandeln, wenn man statt der Ruhemasse m_0 die effektive Masse m^* einsetzt. Durch die Periodizität des Kristallgitters lässt sich der Hamilton-Operator für ein Kristallelektron wie folgt schreiben:

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta \quad (2.5)$$

Somit gilt die Quantenmechanik des freien Teilchens. Zudem ist beim Anlegen von Feldern das Newtonsche Grundgesetz gültig:

$$m^* \cdot \vec{b} = \vec{F} \quad (2.6)$$

2.2 Zirkulare Doppelbrechung

Ein Kristall hat die Fähigkeit, die Polarisationssebene eines linear polarisierten Lichtstrahls bei der Transmission zu drehen, dieses in Abb. 2 dargestellte Phänomen nennt man zirkulare Doppelbrechung.

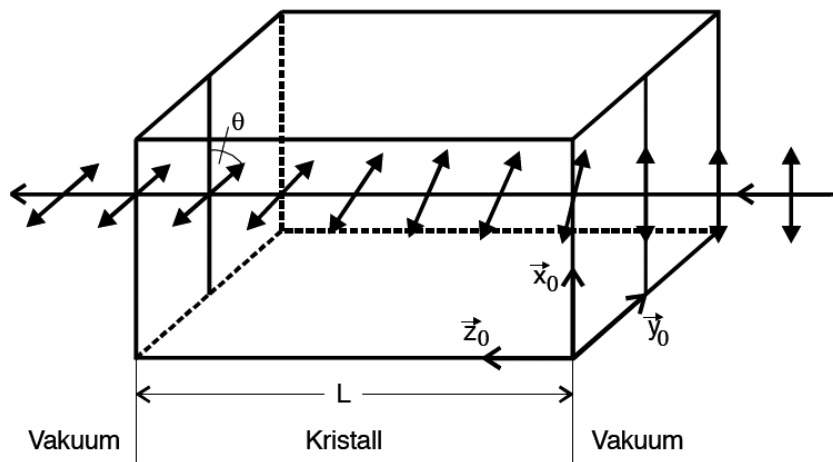


Abbildung 2: Elementarzelle

Der Effekt ist durch verschiedene Phasengeschwindigkeiten für rechts- und linkszirkular polarisiertes Licht erklärbar. Splittet man die linear polarisierte Welle $E(z)$ in rechts- und links polarisierte Wellen auf, welche sich in z -Richtung ausbreiten:

$$E(z) = \frac{1}{2}(E_R(z) + E_L(z)) \quad (2.7)$$

und nimmt man zudem an, dass die Wellenzahlen $k_R \neq k_L$ sind, kann man feststellen, dass die Polarisation beim Eintritt in den Kristall parallel zur x-Richtung liegt. Um nun die Lage der Polarisationssebene nach dem Durchtritt der Welle durch den Kristall zu errechnen, zerlegt man die links- und rechtszirkular polarisierten Wellen weiter und führt die Abkürzungen

$$\psi := \frac{L}{2}(k_R + k_L) \quad \theta := \frac{L}{2}(k_R - k_L) \quad (2.8)$$

ein. Dann lässt sich die Wellenfunktion wie folgt schreiben:

$$E(L) = E_0 e^{i\psi} (\cos(\theta \vec{x}_0) + \sin(\theta \vec{y}_0)) \quad (2.9)$$

Aus 2.8 lässt sich dann mit den Phasengeschwindigkeiten V_{Ph_R} und V_{Ph_L} der Winkel θ ausrechnen, welche ebenfalls unter Zuhilfenahme der Brechungsindizes dargestellt werden kann:

$$\theta = \frac{L\omega}{2} \left(\frac{1}{V_{Ph_R}} - \frac{1}{V_{Ph_L}} \right) = \frac{L\omega}{2c} (n_R - n_L) \quad (2.10)$$

Die für die zirkulare Doppelbrechung verantwortlichen elektrischen Dipole werden durch die auf den Gitterplätzen sitzenden Atome und den Bandenelektronen hervorgerufen. Hierbei handelt es sich um induzierte Dipole, permanente Dipole während der geringen Relaxionszeit einer Lichtquelle nicht folgen können. Zusammen generieren die einzelnen Dipole ein makroskopischen Dipol, welcher bei nicht zu großem E-Feld folgende Form annimmt:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \quad (2.11)$$

χ ist hierbei die dielektrische Suszeptibilität, welche in isotroper Materie eine skalare Größe ist, in anisotropen Kristallen jedoch ein Tensor der dritten Stufe. Im folgenden soll nun gezeigt werden, dass Materie doppelbrechend wird, wenn χ folgende Gestalt annimmt:

$$(\chi) = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & i\chi_{xy} & 0 \\ -i\chi_{xy} & \chi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Um nun die Doppelbrechung nachweisen zu können, geht man von der Wellengleichung des Lichtes in Materie aus. Es wird zudem vorausgesetzt, dass die Materie eine geringe Leitfähigkeit hat. Mithilfe der Annahme $\vec{k} = k\vec{z}_0$ lassen sich zudem folgende Aussagen treffen:

$$\chi \cdot \vec{E} = (\chi_{xx} E_x + i\chi_{xy} E_y) \vec{x}_0 + (\chi_{xx} E_y - i\chi_{xy} E_x) \vec{y}_0 + \chi_{zz} E_z \vec{z}_0 \quad (2.13)$$

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = -k^2 E_x \vec{x}_0 - k^2 E_y \vec{y}_0 \quad (2.14)$$

Mit der Wellengleichung sowie Gleichung (2.13) und (2.14) lassen sich die einzelnen Komponenten $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ berechnen, woraus sich wiederum erkennen lässt, dass $E_z = 0$ sein muss, es gibt also keine transversale Wellenausbreitung. Über die Koeffizientendeterminante des Gleichungssystem aus \vec{x}_0 und \vec{y}_0 lässt sich ablesen, dass die Phasengeschwindigkeit $V_{Ph_R} \neq V_{Ph_L}$ ist, somit treten links- und rechtszirkulare Wellen mit unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten auf und eine aus dem Vakuum kommende Welle dreht bei Transmission ihre Polarisationsrichtung. Der

Drehwinkel θ lässt sich mit Gleichung 2.8 weiter ausrechnen:

$$\theta = \frac{L}{2}(L_+ - k_-) = \frac{L\omega}{2c} \left(\sqrt{(1 + \chi_{xx}) + \chi_{xy}} - \sqrt{(1 + \chi_{xx}) - \chi_{xy}} \right) \quad (2.15)$$

Entwickelt man diese Gleichung und bricht nach dem linearen Glied ab, kann man θ wie folgt ausdrücken:

$$\theta \approx \frac{L\omega}{2cn} \chi_{xy} \quad (2.16)$$

2.3 Faraday-Effekt: Rotationswinkel θ

Nun soll gezeigt werden, dass sich optisch inaktive Materie beim Anlegen eines äußeren Magnetfeldes die Polarisationssebene eines einfallenden Lichtstrahls parallel zur Feldrichtung dreht. Hierzu benötigt man die Bewegungsgleichung des freien Elektrons:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + K \vec{r} + K \vec{r} = -e_0 \vec{E}(r) - e_0 \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B} \quad (2.17)$$

Hierbei können Dämpfungseffekte vernachlässigt werden, da sie wenig Einfluss auf den Faraday-Effekt haben, der Einfluss des Magnetfeldes auf die E-M-Strahlung kann ebenfalls vernachlässigt werden. Aufgrund des hohen ω ist lediglich eine Verschiebepolarisation zu beobachten. Ausserdem ist \vec{P} proportional zu \vec{r} , was folgende Relation ergibt:

$$\vec{P} = -Ne_0 \vec{r} \quad (2.18)$$

und somit die Bewegungsgleichung folgendermaßen umwandelt:

$$-m\omega^2 \vec{P} + K \vec{P} = e_0^2 N \vec{E} + ie_0 \omega \vec{P} \times \vec{B} \quad (2.19)$$

Wenn man den Ansatz

$$(\chi_{mag}) = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & i\chi_{xy} & 0 \\ i\chi_{yx} & \chi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Durch Einsetzen erkennt man, dass $\chi_{xy} = -\chi_{yx}$ sein muss. Die anfangs optisch isotrope Materie wird durch Einfluss des Magnetfeldes doppelbrechend, die Anwesenheit des Magnetfeldes erniedrigt die Symmetrie des Kristalls. Analog zu Kapitel 2.2 lässt sich der Drehwinkel θ mit χ_{xy} berechnen:

$$\theta = \frac{e_0^3}{2\epsilon_0 c} \frac{1}{m^2} \frac{\omega^2}{(-\omega^2 + \frac{K}{m})^2 - (\frac{e_0}{m} B \omega)^2} \frac{NBL}{n} \quad (2.21)$$

Die Größe $\sqrt{\frac{K}{m}}$ hat hierbei die Bedeutung einer rücktreibenden Kraft, die Größe $\frac{Be_0}{m}$ entspricht der Zyklotron-Frequenz. Sofern man mit der Messfrequenz deutlich unter ω_0 liegt, lässt sich

Gleichung 2.21 wie folgt vereinfachen:

$$\theta(\lambda) \approx \frac{2 \pm^2 e_0^3 c}{\epsilon_0} \frac{1}{m^2} \frac{1}{\lambda^2 \omega_0^4} \frac{NBL}{n} \quad (2.22)$$

Man kann Gleichung (2.21) auch für den Fall quasifreier Ladungsträger diskutieren:

$$\theta_{frei} \approx \frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{1}{m^2} \lambda^2 \frac{NBL}{n} \quad (2.23)$$

Die in diesem Kapitel errechneten Formeln bleiben auch für anisotrope Medien gültig, sofern man wie in Kapitel 2.1 beschrieben die Masse m durch m^* ersetzt.

3 Versuchsaufbau und -durchführung

3.1 Aufbau

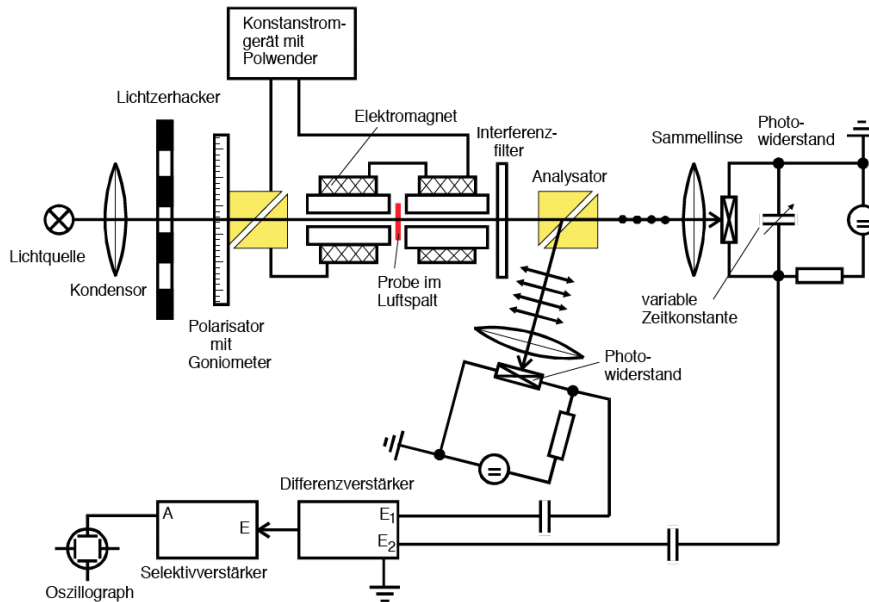


Abbildung 3: Elementarzelle

Der Versuch ist wie in Abb. 3 dargestellt aufgebaut. Die Lichtquelle ist eine Halogenlampe, welche das erforderliche Infrarotlicht bereitstellt. Das Licht wird monochromatisiert und durch ein Glan-Thomson-Interferrometer linear polarisiert. Es fällt auf die scheibenförmige Probe, welche sich in einem Magneten mit konstantem und homogenen Magnetfeld befindet. Zur Messung der Lichtintensität werden Photowiderstände aus PbS verwendet. Um die Rauschspannungen zu Überdecken, wird einerseits mit der Wechsellichtmethode gearbeitet, andererseits nutzt man das Zweistrahlverfahren zur Präzisionssteigerung aus. Das Oszilloskop am Ende dient als Nulldetektor.

3.2 Messung

Zunächst muss man die Apparatur justieren. Zunächst entfernt man die Abdeckhauben der Photowiderstandgehäuse und justiert die Strahlengänge mit sichtbarem Licht, so dass auf den Sensoren eine maximale Lichtintensität ankommt. Zudem muss darauf geachtet werden, dass der Glan-Thomson-Interferometer auch wirklich dafür sorgt, dass je nach Stellung das Licht je nach Einstellung maximal wird oder nicht hindurchkommt. Dann aktiviert man den Lichtzerhacker und justiere mit der Frequenzwahl die Apparatur auf ein maximales Ausgangssignal ein. Zudem muss überprüft werden, ob am Ausgang tatsächlich das Signal null erreicht werden kann.

Ist die Justierung abgeschlossen, kann der eigentliche Messvorgang durchgeführt werden. Hierzu wird mit sowohl n-dotiertes als auch hochreines GaAs für verschiedene Wellenlängen die Faraday-Rotation im nahen Infrarotbereich gemessen.

Abschliessend muss noch die Kraftflussdichte B in Abhängigkeit von z bei maximalem Feldstrom mit einer Hallsonde gemessen werden.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der maximalen Kraftflussdichte

Die mit der Hall-Sonde gemessenen Werte sind in Tabelle 1 aufgeführt und werden in der Abbildung 4 graphisch veranschaulicht.

Feldstärke $B(z)$ [mT]	Abstand z [mm]
-416	-0,5
-427	-0,4
-435	-0,3
-443	-0,2
-445	-0,1
-446	0,0
-445	0,1
-442	0,2
-435	0,3
-425	0,4
-413	0,5

Tabelle 1: Feldstärke in Abhängigkeit zum Probenabstand

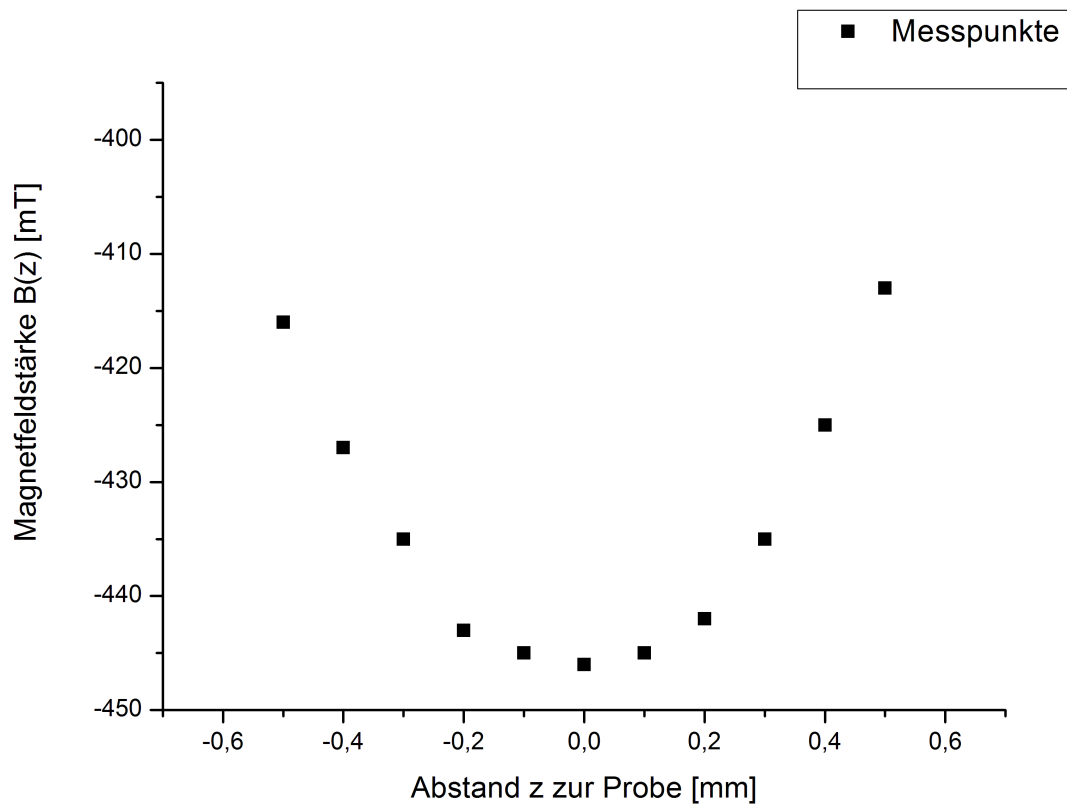


Abbildung 4: Verlauf des Magnetfeldes in Abhängigkeit zum Abstand der Probe

Sowohl aus der Tabelle 1 als auch aus der Abbildung 4 geht hervor, dass an dem Ort, an dem die Probe befestigt ist, eine Feldstärke von

$$B(0) = -(446 \pm 0,5) \text{ mT}$$

herrscht. Die Messungenauigkeit, die den Fehler von $B(z)$ dominiert, wird zu $0,5 \text{ mT}$ abgeschätzt.

4.2 Faraday-Rotation an einer dotierten und einer reinen GaAs-Probe

Die aus der Messreihe zur Bestimmung der Faraday-Rotation einer Probe mit n-dotiertem *GaAs* stammenden Werte für $N = 2,80 \cdot 10^{18} \frac{1}{\text{cm}^3}$ werden in Tabelle 2, die für eine n-dotierte Probe mit $N = 1,20 \cdot 10^{18} \frac{1}{\text{cm}^3}$ werden in Tabelle 3 und die Messwerte für die aus reinem *GaAs* bestehende Probe werden in Tabelle 4 aufgeführt.

Der Drehwinkel der Faraday-Rotation wird dabei durch

$$\Theta = \frac{1}{2} (\Theta_2 - \Theta_1) \quad (4.1)$$

bestimmt, wobei Θ_2 und Θ_1 die Winkelstellungen des Goniometers in Abhängigkeit der Magnetfeldpolung darstellen. Dabei werden bei einem Feld mit negativer Polung Θ_2 bzw. bei einer positiven Polung Θ_1 gemessen. Zur besseren Vergleichbarkeit werden die einzelnen Drehwinkel durch die Länge der Probe nomiert (die entsprechenden Werte sind ebenfalls in den Tabellen 2 bis 4 aufgeführt). Anschließend sind in der Abbildung 5 die Messwerte ($\frac{\Theta}{L}$ also Drehwinkel dividiert durch Probenlänge) graphisch dargestellt.

Θ_1 [°]	Θ_2 [°]	Θ [°]	$\frac{\Theta}{L}$ [$\frac{^\circ}{\text{cm}}$]	λ [μm]
351,750	3,967	12,217	9,426	1,060
354,333	3,250	8,917	6,880	1,290
354,500	4,417	9,917	7,652	1,450
356,233	6,417	10,183	7,858	1,720
0,917	12,000	11,083	8,552	1,960
3,167	16,417	13,250	10,224	2,156
29,917	42,583	12,667	9,774	2,340
50,000	64,917	14,917	11,510	2,510
7,500	22,750	15,250	11,767	2,650

Tabelle 2: Drehwinkel Θ und nomierter Drehwinkel $\frac{\Theta}{L}$ der Faraday-Rotation in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ , wobei man mit der Probenlänge $L = 1,296 \text{ mm}$ nomiert hat.

Θ_1 [°]	Θ_2 [°]	Θ [°]	$\frac{\Theta}{L}$ [$\frac{^\circ}{\text{cm}}$]	λ [μm]
352,917	2,083	9,167	6,740	1,060
354,250	2,667	8,417	6,189	1,290
355,000	3,417	8,417	6,189	1,450
356,167	4,583	8,417	6,189	1,720
2,000	8,750	6,750	4,963	1,960
3,000	10,667	7,667	5,637	2,156
34,917	40,833	5,917	4,350	2,340
53,167	61,333	8,167	6,005	2,510
8,200	19,000	10,800	7,941	2,650

Tabelle 3: Drehwinkel Θ und nomierter Drehwinkel $\frac{\Theta}{L}$ der Faraday-Rotation in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ , wobei man mit der Probenlänge $L = 1,360 \text{ mm}$ nomiert hat.

Θ_1 [°]	Θ_2 [°]	Θ [°]	$\frac{\Theta}{L}$ [$\frac{°}{cm}$]	λ [μm]
0,500	18,833	18,333	3,588	1,060
2,500	17,500	15,000	2,935	1,290
3,250	15,167	11,917	2,332	1,450
5,833	15,000	9,167	1,794	1,720
14,000	21,917	7,917	1,549	1,960
16,583	22,167	5,583	1,093	2,156
41,917	46,000	4,083	0,799	2,340
56,917	61,500	4,583	0,897	2,510
26,000	31,500	5,500	1,076	2,650

Tabelle 4: Drehwinkel Θ und nomierter Drehwinkel $\frac{\Theta}{L}$ der Faraday-Rotation in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ , wobei man mit der Probenlänge $L = 5,110 \text{ mm}$ nomiert hat.

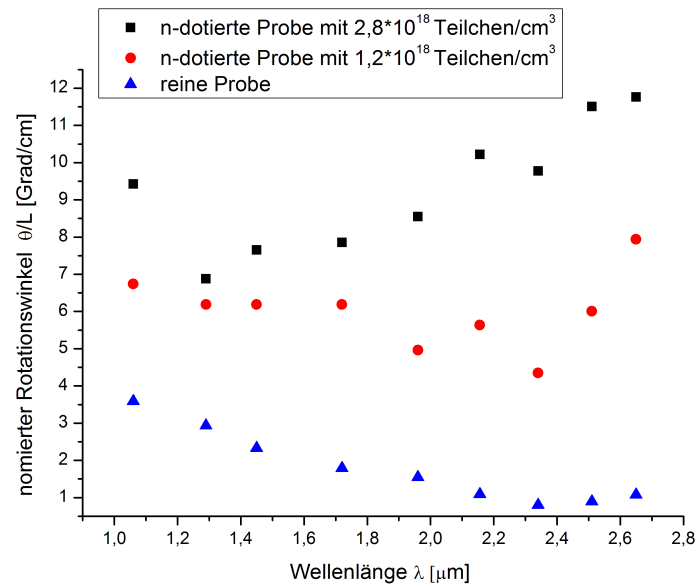


Abbildung 5: Nomierter Drehwinkel in Abhängigkeit zur Wellenlänge bei einer reinen Probe und bei zwei unterschiedlich stark n-dotierten Proben

4.3 Bestimmung der effektiven Masse

Analog zur Gleichung (2.23) lässt sich mittels linearer Regression die effektive Masse aus dem Drehwinkel bzw. aus dem normierten Drehwinkel berechnen, wobei für den normierten Drehwinkel die Relation

$$\frac{\theta_{frei}}{L} \approx \frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3 m^2} \lambda^2 \frac{NB}{n} \quad (4.2)$$

gilt. Um diese Gleichung anwenden zu können (also um mit quasifreien Ladungsträgern rechnen zu können), muss man zunächst die Differenzen zwischen den Faraday-Rotationswinkeln der reinen und der n-dotierten Proben bilden.

Außerdem werden nun die zuvor in $^\circ$ dargestellten Winkel ins Bogenmaß umtransformiert, so dass man mit diesem weiterrechnen kann.

Bei der Ausgleichsrechnung trägt man $\frac{\Theta}{L}$ gegen die λ^2 auf, so dass man eine Gerade der Gestalt

$$\frac{\Theta}{L} = a \cdot \lambda^2 + b \quad (4.3)$$

erhält, wobei man mit Hilfe des Proportionalitätsfaktors letztendlich die effektive Masse bestimmen kann, da a die Gestalt

$$a = \frac{e_0^3 NB}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3 m^{*2} n} \quad (4.4)$$

haben. Durch Umformen ergibt sich für die effektive Masse somit der Ausdruck

$$m^* = \sqrt{\frac{e_0^3 NB}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3 n a}}. \quad (4.5)$$

Da einige Messgrößen fehlerbehaftet sind ist es notwendig auch den Fehler der effektiven Masse zu bestimmen. Dieser ergibt sich über die Gaussche Fehlerfortpflanzung zu

$$\Delta_{m^*} = \sqrt{\left(\frac{-e_0^3 NB}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 n a^2 m^*} \cdot \Delta a \right)^2}. \quad (4.6)$$

Zwar sind so gut wie alle verwendeten Größen fehlerbehaftet, jedoch ist zu erwarten, dass der absolute Fehler des Proportionalitätsfaktors a den Fehler der effektiven Masse erheblich dominieren wird, so dass zur Vereinfachung die Fehler aller weiteren Größen vernachlässigt werden. Zu der bereits erwähnten linearen Regression sollte noch gesagt werden, dass sich die Steigung und der $\frac{\Theta_{frei}}{L}$ -Achsenabschnitt über

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n ((\lambda^2)_i^2 - (\bar{\lambda}^2)^2) \left(\frac{\Theta_{frei}}{L}\right)_i^2}{\sum_{i=1}^n ((\lambda^2)_i^2 - (\bar{\lambda}^2)^2)^2} \quad (4.7)$$

bzw. über

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\Theta_{frei}}{L}\right)_i^2 \sum_{i=1}^n (\lambda^2)_i^4 - \sum_{i=1}^n (\lambda^2)_i^2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Theta_{frei}}{L}\right)_i^2 (\lambda^2)_i^2}{n \sum_{i=1}^n (\lambda^2)_i^4 - \left(\sum_{i=1}^n (\lambda^2)_i^2\right)^2} \quad (4.8)$$

bestimmen lassen. Da sowohl die Steigung als auch der $\frac{\Theta_{frei}}{L}$ -Achsenabschnitt mit Fehlern behaftet sind müssen auch diese berechnet werden, wobei dies explizit über

$$\Delta a = \sqrt{\frac{n}{n-2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n ((\frac{\Theta_{frei}}{L})_i^2 - a \cdot (\lambda^2)_i^2 - b)^2}{n \sum_{i=1}^n (\lambda^2)_i^4 - (\sum_{i=1}^n (\lambda^2)_i^2)^2}} \quad (4.9)$$

bzw.

$$\Delta b = \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n ((\frac{\Theta_{frei}}{L})_i^2 - (\lambda^2)_i^2 - b)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (\lambda^2)_i^4}{n \sum_{i=1}^n (\lambda^2)_i^4 - (\sum_{i=1}^n (\lambda^2)_i^2)^2}}. \quad (4.10)$$

geschieht.

In der Gleichung (4.2) wird der Brechungsindex n verwendet, welcher somit eine wesentliche Größe für die Bestimmung der effektiven Masse ist. Problematisch dabei ist, dass der Brechungsindex eine Abhängigkeit von der Wellenlänge aufweist (die hier allerdings nicht aufgeführt werden soll). Zur Vereinfachung wird daher der Brechungsindex als konstant angenommen (also wird der Effekt der Dispersion vernachlässigt). Bei den verwendeten Wellenlängen erstreckt sich der Wertebereich für den Brechungsindex zwischen 3,510 und 3,317¹, so dass ein Weiterrechnen mit $n = 3,400$ als sinnvoll erscheint .

4.3.1 Erste Probe

Die Werte der Differenz der Drehwinkel Θ aus dem Drehwinkel Θ_{dot} der n-dotierten Probe mit $N = 2,80 \cdot 10^{18} \frac{1}{cm^3}$ und dem Drehwinkel Θ_{rein} der undotierten Probe sind in Tabelle 5 aufgeführt und in Abbildung 6 graphisch veranschaulicht.

$\Theta_{dot} [\frac{\circ}{mm}]$	$\Theta_{rein} [\frac{\circ}{mm}]$	$\Theta [\frac{\circ}{mm}]$	$\Theta [\frac{1}{mm}]$	$\lambda [\mu m]$	$\lambda^2 [\mu m^2]$
9,426	3,588	5,839	0,102	1,060	1,124
6,880	2,935	3,945	0,069	1,290	1,664
7,652	2,332	5,320	0,093	1,450	2,103
7,858	1,794	6,064	0,106	1,720	2,958
8,552	1,549	7,003	0,122	1,960	3,842
10,224	1,093	9,131	0,159	2,156	4,648
9,774	0,799	8,975	0,157	2,340	5,476
11,510	0,897	10,613	0,185	2,510	6,300
11,767	1,076	10,691	0,187	2,650	7,023

Tabelle 5: Werte für den Drehwinkel der dotierten und undotierten Probe, sowie deren Differenz und den entsprechenden Wellenlängen

¹siehe "http://batop.de/informations/n_GaAs.html"

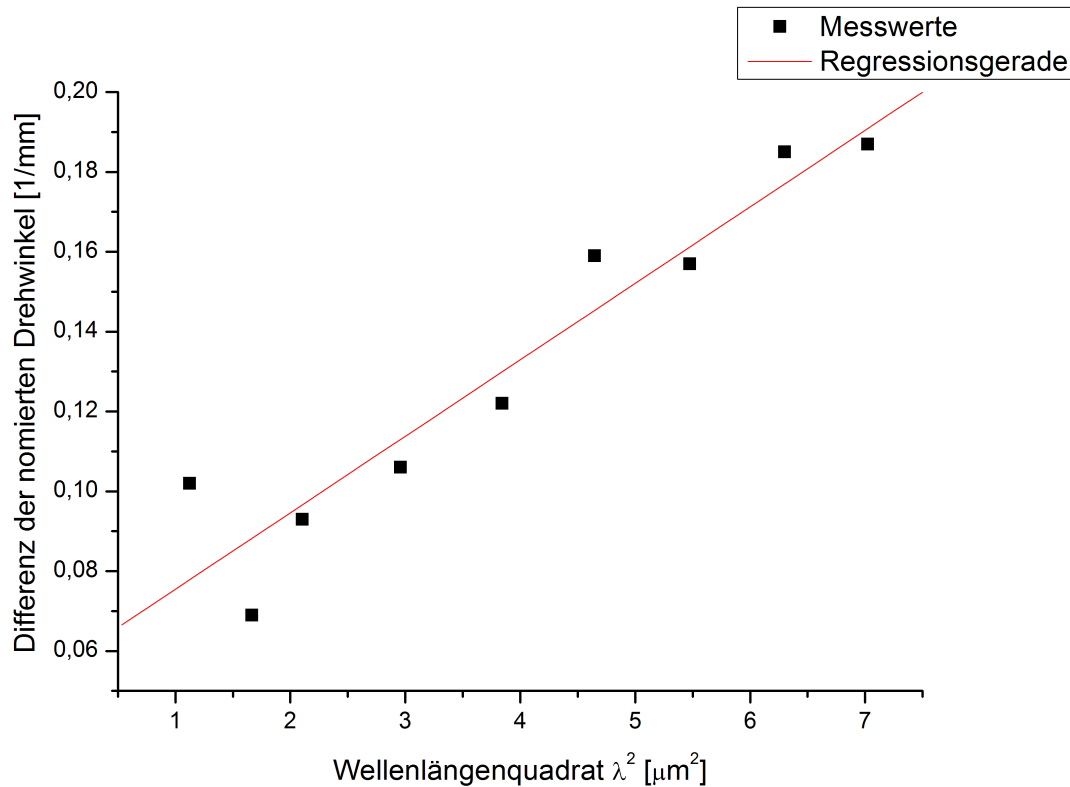


Abbildung 6: Verlauf der linearen Regression für die Differenzen der Rotationswinkel der n-dotierten Probe mit $N = 2,80 \cdot 10^{18} \frac{1}{\text{cm}^3}$ und der reinen Probe, in jeweiliger Abhängigkeit zum Wellenlängenquadrat λ^2

Die lineare Regression liefert für die beiden Parameter aus (4.3) die folgenden Werte:

$$a = (0,019 \pm 0,002) \cdot \frac{1}{10^{-15} \text{m}^3}$$

$$b = (0,056 \pm 0,010) \cdot \frac{1}{\text{mm}}$$

Mit der Steigung a lässt sich dann über (4.4) eine effektive Masse von

$$m^* = (6,47 \pm 0,40) \cdot 10^{-32} \text{ kg}$$

bestimmen. Wenn man nun diesen Wert mit der Masse von freien Elektronen in Verbindung setzt ergibt sich:

$$\frac{m^*}{m_0} = (7,10 \pm 0,43) \cdot 10^{-2}$$

Da der Literaturwert dieses Verhältnisses durch $\frac{m^*}{m_0}_{\text{Lit.}} = 0,066^2$ gegeben ist, besteht eine Abweichung von 7,6%.

²siehe Einführung in die Festkörperphysik" von Charles Kittel

4.3.2 Zweite Probe

Die Werte der Differenz der Drehwinkel Θ aus dem Drehwinkel Θ_{dot} der n-dotierten Probe mit $N = 2,80 \cdot 10^{18} \frac{1}{cm^3}$ und dem Drehwinkel Θ_{rein} der undotierten Probe sind in Tabelle 6 aufgeführt und in Abbildung 7 graphisch dargestellt.

$\Theta_{dot} [\frac{^\circ}{mm}]$	$\Theta_{rein} [\frac{^\circ}{mm}]$	$\Theta [\frac{^\circ}{mm}]$	$\Theta [\frac{1}{mm}]$	$\lambda [\mu m]$	$\lambda^2 [\mu m^2]$
3,152	0,055	5,839	0,102	1,060	1,124
3,253	0,057	3,945	0,069	1,290	1,664
3,857	0,067	5,320	0,093	1,450	2,103
4,395	0,077	6,064	0,106	1,720	2,958
3,414	0,060	7,003	0,122	1,960	3,842
4,545	0,079	9,131	0,159	2,156	4,648
3,551	0,062	8,975	0,157	2,340	5,476
5,108	0,089	10,613	0,185	2,510	6,300
6,865	0,120	10,691	0,187	2,650	7,023

Tabelle 6: Werte für den Drehwinkel der dotierten und undotierten Probe, sowie deren Differenz und den entsprechenden Wellenlängen

Die lineare Regression (siehe Abbildung 7) liefert für die beiden Parameter aus (4.3) die folgenden Werte:

$$a = (0,008 \pm 0,010) \cdot \frac{1}{10^{-15}m^3}$$

$$b = (0,045 \pm 0,010) \cdot \frac{1}{mm}$$

Mit der Steigung a lässt sich dann über (4.4) eine effektive Masse von

$$m^* = (8,29 \pm 1,32) \cdot 10^{-32} kg$$

bestimmen. Wenn man nun diesen Wert mit der Masse von freien Elektronen in Verbindung setzt ergibt sich:

$$\frac{m^*}{m_0} = (9,10 \pm 1,45) \cdot 10^{-2}$$

Hier ergibt sich eine Abweichung zum Literaturwert von ca. 37,8%.

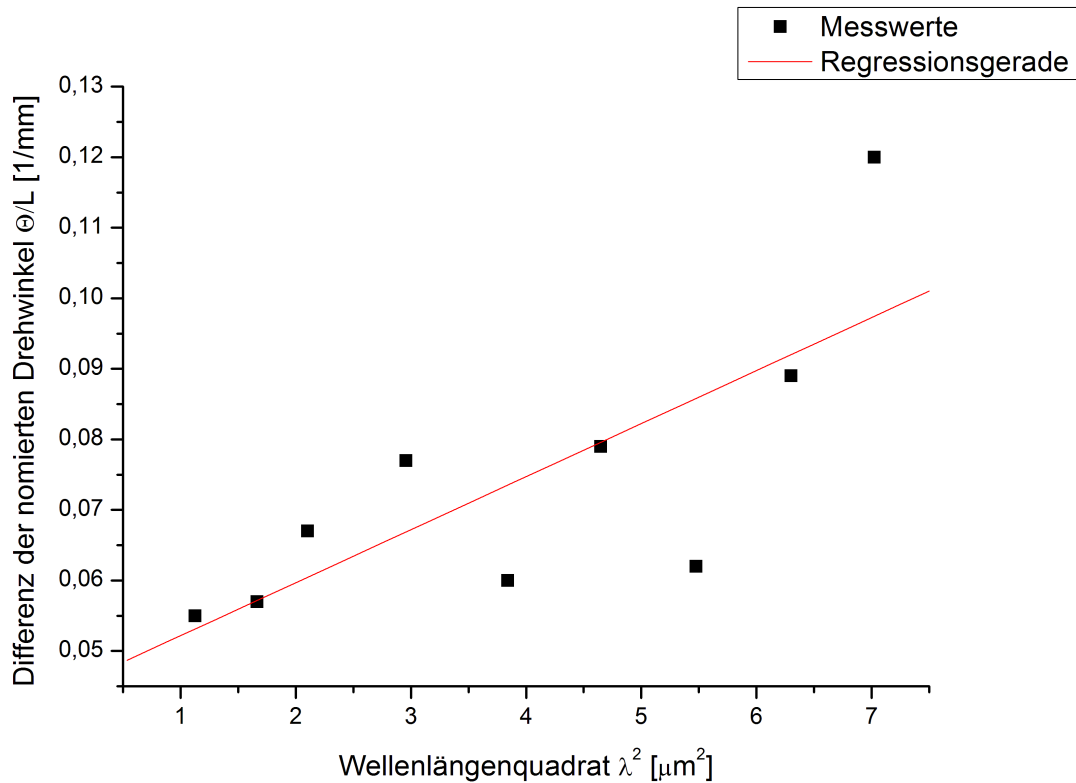


Abbildung 7: Verlauf der linearen Regression für die Differenzen der Rotationswinkel der n-dotierten Probe mit $N = 1,20 \cdot 10^{18} \frac{1}{\text{cm}^3}$ und der reinen Probe, in jeweiliger Abhängigkeit zum Wellenlängenquadrat λ^2

5 Diskussion

Die dominantesten Fehlerquellen sind die Vernachlässigung des Dispersionseffekts des Brechungsindices, eine nicht optimale Justage der optischen Elemente und die Tatsache, dass man trotz Kühlung des Generators keinen konstanten Stromfluss und somit auch kein konstantes Magnetfeld realisieren konnte. So ließ sich beobachten, dass die maximale Magnetfeldstärke (während der Messung mit der Hallsonde) nicht nur leicht variiert ist, sondern auch abgenommen hat im Verlauf der Zeit. Durch diese Abnahme der Feldstärke lässt sich nachvollziehen warum die effektive Masse bei der zweiten Messung eine soviel größere Abweichung zum Literaturwert aufweist als die erste Probe.

6 Literatur

- [1] Siegfried Finke, Versuchsanleitungen zum Fortgeschrittenen-Praktikum
- [2] Charles Kittel, Einführung in die Festkörperphysik
- [3] <http://praktikum.physik.uni-dortmund.de/AP-Anleitungen/Einleitung/Naturkonstanten.pdf>

7 Anhang

7.1 Einige Naturkonstanten

Die hier aufgeführten Konstanten stammen alle von "<http://praktikum.physik.uni-dortmund.de/AP-Anleitungen/Einleitung/Naturkonstanten.pdf>"

$$\begin{aligned} \text{Elementarladung } e_0 &= 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ \text{Lichtgeschwindigkeit } c &= 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \text{Influenzkonstante } \epsilon_0 &= 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \end{aligned}$$